2014年普通高等学校招生全国统一考试（山东卷）

理科数学

本试卷分第Ⅰ卷和第Ⅱ卷两部分，共4页。满分150分，考试用时120分钟。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项：

1． 答题前，考生务必用0.5毫米黑色签字笔将自己的姓名、座号、考生号、县区和科类填写在答题卡和试卷规定的位置上。

2． 第Ⅰ卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如果改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号、答案写在试卷上无效。

3． 第II卷必须用0.5毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置，不能写在试卷上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带，不按以上要求作答的答案无效。

4． 填空题请直接填写答案，解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

参考公式：

如果事件A，B互斥，那么$P(A+B)=P(A)+P(B)$

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

（1）已知$a,b\in R$，i是虚数单位，若$a-i$与$2+bi$互为共轭复数，则$(a+bi)^2=$

（A）$5-4i$（B）$5+4i$（C）$3-4i$（D）$3+4i$

（2）设集合$A=\{x||x-1|<2\}$，$B=\{y|y=2^x,x\in[0,2]\}$，则$A\bigcap B=$

（A）$[0,2]$（B）$(1,3)$（C）$[1,3)$（D）$(1,4)$

（3）函数$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{(\log_2 x)^2-1}}$的定义域为

（A）$(0,\frac{1}{2})$（B）$(2,+\infty)$（C）$(0,\frac{1}{2})\bigcup(2,+\infty)$（D）$(0,\frac{1}{2}]\bigcup[2,+\infty)$

（4）用反证法证明命题：“已知a,b为实数，则方程$x^2+ax+b=0$至少有一个实根”时，要做的假设是

（A）方程 $x^2+ax+b=0$ 没有实根（B）方程 $x^2+ax+b=0$ 至多有一个实根学科网

（C）方程 $x^2+ax+b=0$ 至多有两个实根（D）方程 $x^2+ax+b=0$ 恰好有两个实根

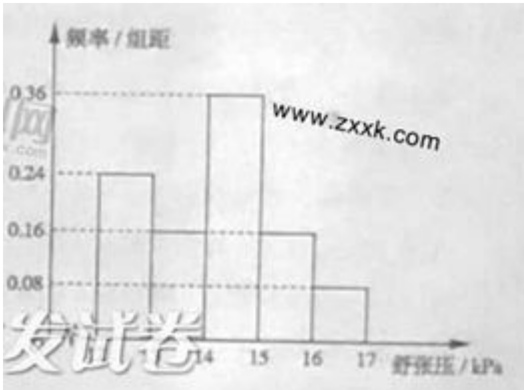
（5）已知实数 x,y 满足 $a^x<a^y$（$0<a<1$），则下列关系式恒成立的是

（A）$\frac{1}{x^2+1}>\frac{1}{y^2+1}$（B）$\ln(x^2+1)>\ln(y^2+1)$

（C）$\sin x>\sin y$（D）$x^2>y^2$

（6）直线 $y=4x$ 与曲线 $y=x^3$ 在第一象限内围成的封闭图形的面积为

（A）$2\sqrt{2}$（B）$4\sqrt{2}$（C）2（D）4



（7）为研究某药品的疗效，选取若干名志愿者进行临床试验，所有志愿者的舒张压数据（单位：kPa）的分组区间为 $[12,13)$，$[13,14)$，$[14,15)$，$[15,16)$，$[16,17]$，将其按从左到右的顺序分别编号为第一组第二组，......，第五组.右图是根据试验数据制成的频率分布直方图.已知第一组与第二组共有 20 人，第三组中没有疗效的有 6 人，则第三组中有疗效的人数为

（A）1（B）8（C）12（D）18

（8）已知函数 $f(x)=|x-2|+1$，$g(x)=kx$，若 $f(x)=g(x)$ 有两个不相等的实根，则实数 k 的取值范围是

（A）$(0,\frac{1}{2})$（B）$(\frac{1}{2},1)$（C）$(1,2)$（D）$(2,+\infty)$

（9）已知 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y-1\le 0, \\ 2x-y-3\ge 0, \end{cases}$ 当目标函数 $z=ax+by(a>0,b>0)$ 在该约束条件下取到最小值 $2\sqrt{5}$ 时，a^2+b^2 的最小值为

（A）5（B）4（C）$\sqrt{5}$（D）2

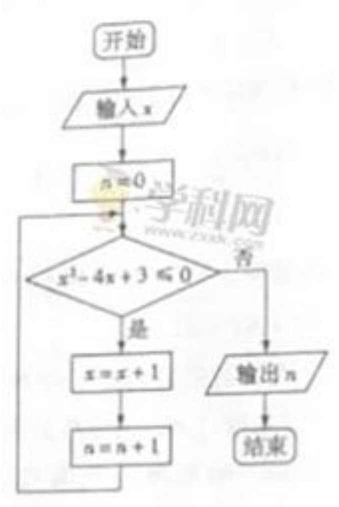
（10）已知 $a>b$，椭圆 C_1 的方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，双曲线 C_2 的方程为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，$C_1$ 与

C_2的离心率之积为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，则C_2的渐近线方程为学科网

（A）$x \pm \sqrt{2}y = 0$（B）$\sqrt{2}x \pm y = 0$（C）$x \pm 2y = 0$（D）$2x \pm y = 0$

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分

（11）执行右面的程序框图，若输入的x的值为 1，则输出的n的值为______.



（12）在ΔABC中，已知$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \tan A$，当$A = \frac{\pi}{6}$时，$\Delta ABC$的面积为_____.

（13）三棱锥$P-ABC$中，D，E分别为PB，PC的中点，记三棱锥$D-ABE$的体积为V_1，$P-ABC$的体积为V_2，则$\frac{V_1}{V_2} =$ _________.

（14）若$(ax^2 + \frac{b}{x})^4$的展开式中x^3项的系数为 20，则$a^2 + b^2$的最小值为_________.

（15）已知函数$y = f(x)(x \in R)$.对函数$y = g(x)(x \in I)$，定义$g(x)$关于$f(x)$的“对称函数”为$y = h(x)(x \in I)$，$y = h(x)$满足：对任意$x \in I$，两个点$(x, h(x))$，$(x, g(x))$关于点$(x, f(x))$对称.若$h(x)$是$g(x) = \sqrt{4 - x^2}$关于$f(x) = 3x + b$的“对称函数”，且$h(x) > g(x)$恒成立，则实数b的取值范围是__________ .

三、解答题：本大题共 6 小题，共 75 分.

（16）（本小题满分 12 分）

已知向量 $\vec{a}=(m,\cos 2x)$，$\vec{b}=(\sin 2x,n)$，设函数 $f(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}$，且 $y=f(x)$ 的图象过点 $(\frac{\pi}{12},\sqrt{3})$ 和点 $(\frac{2\pi}{3},-2)$.

（Ⅰ）求 m,n 的值；

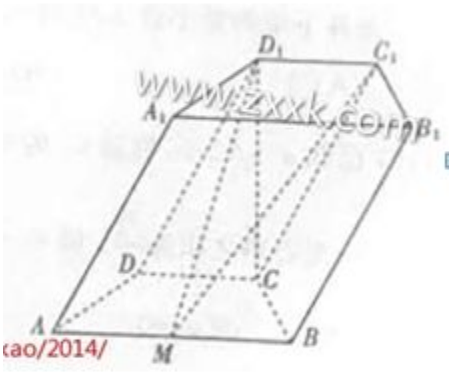
（Ⅱ）将 $y=f(x)$ 的图象向左平移 φ（$0<\varphi<\pi$）个单位后得到函数 $y=g(x)$ 的图象.若 $y=g(x)$ 的图象上各最高点到点 $(0,3)$ 的学科网距离的最小值为 1，求 $y=g(x)$ 的单调增区间.

（17）（本小题满分 12 分）

如图，在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 是等腰梯形，$\angle DAB=60^\circ$，$AB=2CD=2$，M 是线段 AB 的中点.

（Ⅰ）求证：$C_1M\,//\,A_1ADD_1$；

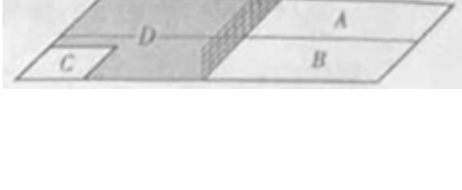
（Ⅱ）若 CD_1 垂直于平面 $ABCD$ 且 $CD_1=\sqrt{3}$，求平面 C_1D_1M 和平面 $ABCD$ 所成的角（锐角）的余弦值.



（18）（本小题满分 12 分）

乒乓球台面被网分成甲、乙两部分，如图，

甲上有两个不相交的区域 A,B，乙被划分为两个不相交的区域 C,D.某次测试要求队员接到落点在甲上的来球后向乙回球.规定：回球一次，落点在 C 上记 3 分，在 D 上记 1 分，其它情况记 0 分.对落点在 A 上



的来球，小明回球的落点在C上的概率为$\frac{1}{2}$，在D上的概率为$\frac{1}{3}$；对落点在B上的来球，小明回球的落点在C上的概率为$\frac{1}{5}$，在D上的概率为$\frac{3}{5}$.假设共有两次来球且落在A,B上各一次，小明的两次回球互不影响.求：

（Ⅰ）小明的两次回球的落点中恰有一次的落点在乙上的概率；

（Ⅱ）两次回球结束后，小明得分之和ξ的分布列与数学期望.

（19）（本小题满分 12 分）

已知等差数列$\{a_n\}$的公差为 2，前n项和为S_n，且S_1,S_2,S_4成等比数列.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）令$b_n=(-1)^{n-1}\frac{4n}{a_na_{n+1}}$，求数列$\{b_n\}$的前$n$项和$T_n$.

（20）（本小题满分 13 分）

设函数$f(x)=\frac{e^x}{x^2}-k(\frac{2}{x}+\ln x)$（$k$为常数，$e=2.71828\cdots$是自然对数的底数）.

（Ⅰ）当$k\le 0$时，求函数$f(x)$的单调区间；

（Ⅱ）若函数$f(x)$在$(0,2)$内存在两个极值点，求k的取值范围.

（21）（本小题满分 14 分）

已知抛物线$C:y^2=2px(p>0)$的焦点为F，A为C上异于原点的任意一点，过点A的直线l交C于另一点B，学科网交x轴的正半轴于点D，且有$|FA|=|FD|$.当点A的横坐标为 3 时，ΔADF 为正三角形.

（Ⅰ）求C的方程；

（Ⅱ）若直线$l_1//l$，且l_1和C有且只有一个公共点E，

（ⅰ）证明直线AE过定点，并求出定点坐标；

（ⅱ）ΔABE 的面积是否存在最小值？若存在，请求出最小值；若不存在，请说明理由.

理科数学试题参考答案

一、选择题

(1) D　(2) C　(3) C　(4) A　(5) D

(6) D　(7) C　(8) B　(9) B　(10) A

二、填空题

(11) 3　(12) $\frac{1}{6}$　(13) $\frac{1}{4}$　(14) 2　(15) $(2\sqrt{10},+\infty)$

三、解答题

(16)

解：(Ⅰ) 由题意知 $f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=m\sin 2x+n\cos 2x$.

因为 $y=f(x)$ 的图象过点 $(\frac{\pi}{12},\sqrt{3})$ 和 $(\frac{2\pi}{3},-2)$，

所以 $\begin{cases}\sqrt{3}=m\sin\frac{\pi}{6}+n\cos\frac{\pi}{6},\\ -2=m\sin\frac{4\pi}{3}+n\cos\frac{4\pi}{3},\end{cases}$

即 $\begin{cases}\sqrt{3}=\frac{1}{2}m+\frac{\sqrt{3}}{2}n,\\ -2=-\frac{\sqrt{3}}{2}m-\frac{1}{2}n,\end{cases}$

解得 $m=\sqrt{3}$，$n=1$.

(Ⅱ) 由 (Ⅰ) 知 $f(x)=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$.

由题意知 $g(x)=f(x+\varphi)=2\sin(2x+2\varphi+\frac{\pi}{6})$.

设 $y=g(x)$ 的图象上符合题意的最高点为 $(x_0,\ 2)$，

由题意知 $x_0^2+1=1$，所以 $x_0=0$，

即 到点 $(0,3)$ 的距离为 1 的最高点为 $(0,\ 2)$.

将其代入 $y=g(x)$ 得 $\sin(2\varphi+\frac{\pi}{6})=1$，

因为 $0<\varphi<\pi$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{6}$.

因此 $g(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{2})=2\cos 2x$.

由 $2k\pi-\pi\leqslant 2x\leqslant 2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}$ 得

$k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant k\pi,\ k\in\mathbf{Z}$,

所以 函数 $y=g(x)$ 的单调递增区间为 $[k\pi-\frac{\pi}{2},\ k\pi],\ k\in\mathbf{Z}$.

（17）

（Ⅰ）证明：因为 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，

且 $AB=2CD$，

所以 $AB\,//\,DC$，又由 M 是 AB 的中点，

因此 $CD\,//\,MA$ 且 $CD=MA$.

连接 AD_1.

在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，

因为 $CD\,//\,C_1D_1$，$CD=C_1D_1$，

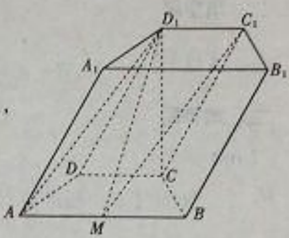
可得 $C_1D_1\,//\,MA$，$C_1D_1=MA$，

所以 四边形 AMC_1D_1 为平行四边形.

因此 $C_1M\,//\,D_1A$，

又 $C_1M\not\subset$ 平面 A_1ADD_1，$D_1A\subset$ 平面 A_1ADD_1，

所以 $C_1M\,//$ 平面 A_1ADD_1.



（Ⅱ）**解法一：**

连接 AC，MC，

由（Ⅰ）知 $CD\,//\,AM$ 且 $CD=AM$，

所以 四边形 $AMCD$ 为平行四边形.

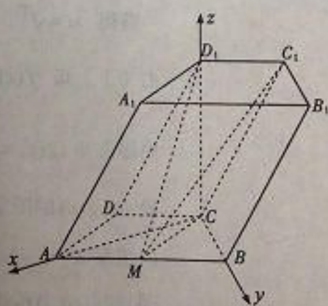
可得 $BC=AD=MC$，

由题意 $\angle ABC=\angle DAB=60^\circ$，

所以 $\triangle MBC$ 为正三角形，

因此 $AB=2BC=2$，$CA=\sqrt{3}$，

因此 $CA\perp CB$.



以 C 为坐标原点，建立如图所示空间直角坐标系 $C-xyz$．

所以 $A(\sqrt{3},0,0)$，$B(0,1,0)$，$D_1(0,0,\sqrt{3})$．

因此 $M(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},0)$，

所以 $\overrightarrow{MD_1}=(-\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2},\sqrt{3})$，$\overrightarrow{D_1C_1}=\overrightarrow{MB}=(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},0)$．

设平面 C_1D_1M 的一个法向量 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

由 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{D_1C_1}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{MD_1}=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}\sqrt{3}x-y=0,\\ \sqrt{3}x+y-2\sqrt{3}z=0,\end{cases}$

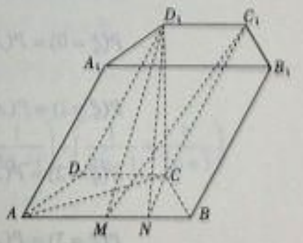
可得 平面 C_1D_1M 的一个法向量 $\boldsymbol{n}=(1,\sqrt{3},1)$．

又 $\overrightarrow{CD_1}=(0,0,\sqrt{3})$ 为平面 $ABCD$ 的一个法向量．

因此 $\cos<\overrightarrow{CD_1},\boldsymbol{n}>=\frac{\overrightarrow{CD_1}\cdot\boldsymbol{n}}{|\overrightarrow{CD_1}||\boldsymbol{n}|}=\frac{\sqrt{5}}{5}$．

所以 平面 C_1D_1M 和平面 $ABCD$ 所成的角（锐角）的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$．

解法二：



由（Ⅰ）知 平面 $D_1C_1M\cap$平面$ABCD=AB$，

过 C 向 AB 引垂线交 AB 于 N，连接 D_1N．

由 $CD_1\perp$平面 $ABCD$，可得 $D_1N\perp AB$，

因此 $\angle D_1NC$ 为二面角 C_1-AB-C 的平面角．

在 Rt$\triangle BNC$ 中，$BC=1$，$\angle NBC=60^\circ$，

可得 $CN=\frac{\sqrt{3}}{2}$．

所以 $ND_1=\sqrt{CD_1^2+CN^2}=\frac{\sqrt{15}}{2}$．

在 Rt$\triangle D_1CN$ 中，$\cos\angle D_1NC=\frac{CN}{D_1N}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{15}}{2}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$．

所以 平面 C_1D_1M 和平面 $ABCD$ 所成的角（锐角）的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$．

(18)

解：（Ⅰ）记 A_i 为事件"小明对落点在 A 上的来球回球的得分为 i 分"$(i=0,1,3)$，

则 $P(A_3)=\frac{1}{2}$，$P(A_1)=\frac{1}{3}$，$P(A_0)=1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$；

记 B_i 为事件"小明对落点在 B 上的来球回球的得分为 i 分"$(i=0,1,3)$，

则 $P(B_3)=\frac{1}{5}$，$P(B_1)=\frac{3}{5}$，$P(B_0)=1-\frac{1}{5}-\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$．

记 D 为事件"小明两次回球的落点中恰有1次的落点在乙上"．

由题意，$D=A_3B_0+A_1B_0+A_0B_1+A_0B_3$，

由事件的独立性和互斥性，

$$\begin{aligned}P(D)&=P(A_3B_0+A_1B_0+A_0B_1+A_0B_3)\\&=P(A_3B_0)+P(A_1B_0)+P(A_0B_1)+P(A_0B_3)\\&=P(A_3)P(B_0)+P(A_1)P(B_0)+P(A_0)P(B_1)+P(A_0)P(B_3)\\&=\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\times\frac{3}{5}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{5}=\frac{3}{10},\end{aligned}$$

所以 小明两次回球的落点中恰有1次的落点在乙上的概率为 $\frac{3}{10}$．

（Ⅱ）由题意，随机变量 ξ 可能的取值为0, 1, 2, 3, 4, 6，

由事件的独立性和互斥性，得

$P(\xi=0)=P(A_0B_0)=\frac{1}{6}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{30}$，

$P(\xi=1)=P(A_1B_0+A_0B_1)=P(A_1B_0)+P(A_0B_1)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{6}$，

$P(\xi=2)=P(A_1B_1)=\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$，

$P(\xi=3)=P(A_3B_0+A_0B_3)=P(A_3B_0)+P(A_0B_3)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{6}=\frac{2}{15}$，

$P(\xi=4)=P(A_3B_1+A_1B_3)=P(A_3B_1)+P(A_1B_3)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{11}{30}$，

$P(\xi=6)=P(A_3B_3)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{10}$．

可得 随机变量 ξ 的分布列为：

ξ	0	1	2	3	4	6
P	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{11}{30}$	$\frac{1}{10}$

所以 数学期望 $E\xi=0\times\frac{1}{30}+1\times\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{5}+3\times\frac{2}{15}+4\times\frac{11}{30}+6\times\frac{1}{10}=\frac{91}{30}$．

（19）

解：（Ⅰ）因为 $S_1=a_1$，　$S_2=2a_1+\dfrac{2\times1}{2}\times2=2a_1+2$，

$S_4=4a_1+\dfrac{4\times3}{2}\times2=4a_1+12$，

由题意得　$(2a_1+2)^2=a_1(4a_1+12)$，

解得　$a_1=1$，

所以　$a_n=2n-1$.

（Ⅱ）$b_n=(-1)^{n-1}\dfrac{4n}{a_na_{n+1}}=(-1)^{n-1}\dfrac{4n}{(2n-1)(2n+1)}$

$=(-1)^{n-1}\left(\dfrac{1}{2n-1}+\dfrac{1}{2n+1}\right)$.

当 n 为偶数时，

$$T_n=\left(1+\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2n-3}+\frac{1}{2n-1}\right)-\left(\frac{1}{2n-1}+\frac{1}{2n+1}\right)$$

$$=1-\frac{1}{2n+1}$$

$$=\frac{2n}{2n+1}.$$

当 n 为奇数时，

$$T_n=\left(1+\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)+\cdots-\left(\frac{1}{2n-3}+\frac{1}{2n-1}\right)+\left(\frac{1}{2n-1}+\frac{1}{2n+1}\right)$$

$$=1+\frac{1}{2n+1}$$

$$=\frac{2n+2}{2n+1}.$$

所以 $T_n=\begin{cases}\dfrac{2n+2}{2n+1}，& n\text{为奇数}，\\[2mm] \dfrac{2n}{2n+1}，& n\text{为偶数}.\end{cases}$

（或 $T_n=\dfrac{2n+1+(-1)^{n-1}}{2n+1}$）.

（20）

解：（Ⅰ）函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$.

$$f'(x)=\frac{x^2e^x-2xe^x}{x^4}-k(-\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x})$$

$$=\frac{xe^x-2e^x}{x^3}-\frac{k(x-2)}{x^2}$$

$$=\frac{(x-2)(e^x-kx)}{x^3}.$$

由 $k\leq 0$ 可得 $e^x-kx>0$，

所以 当 $x\in(0,2)$ 时，$f'(x)<0$，函数 $y=f(x)$ 单调递减，

$x\in(2,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，函数 $y=f(x)$ 单调递增.

所以 $f(x)$ 的单调递减区间为 $(0,2)$，单调递增区间为 $(2,+\infty)$.

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，$k\leq 0$ 时，函数 $f(x)$ 在 $(0,2)$ 内单调递减，

故 $f(x)$ 在 $(0,2)$ 内不存在极值点；

当 $k>0$ 时，设函数 $g(x)=e^x-kx$，$x\in[0,+\infty)$.

因为 $g'(x)=e^x-k=e^x-e^{\ln k}$，

当 $0<k\leq 1$ 时，

当 $x\in(0,2)$ 时，$g'(x)=e^x-k>0$，$y=g(x)$ 单调递增.

故 $f(x)$ 在 $(0,2)$ 内不存在两个极值点；

当 $k>1$ 时，

得 $x\in(0,\ln k)$ 时，$g'(x)<0$，函数 $y=g(x)$ 单调递减，

$x\in(\ln k,+\infty)$ 时，$g'(x)>0$，函数 $y=g(x)$ 单调递增.

所以 函数 $y=g(x)$ 的最小值为 $g(\ln k)=k(1-\ln k)$.

函数 $f(x)$ 在 $(0,2)$ 内存在两个极值点

当且仅当 $\begin{cases} g(0)>0, \\ g(\ln k)<0, \\ g(2)>0, \\ 0<\ln k<2, \end{cases}$

解得 $e<k<\frac{e^2}{2}$.

综上所述，

函数 $f(x)$ 在 $(0,2)$ 内存在两个极值点时，k 的取值范围为 $(e,\frac{e^2}{2})$.

（21）

解:（Ⅰ）由题意知$F(\frac{p}{2},0)$.

设$D(t,0)$ $(t>0)$，则FD的中点为$(\frac{p+2t}{4},0)$.

因为 $|FA|=|FD|$，

由抛物线的定义知 $3+\frac{p}{2}=\left|t-\frac{p}{2}\right|$，

解得 $t=3+p$ 或 $t=-3$（舍去）.

由 $\frac{p+2t}{4}=3$，解得 $p=2$.

所以抛物线C的方程为 $y^2=4x$.

（Ⅱ）(i) 由（Ⅰ）知$F(1,0)$.

设$A(x_0,y_0)$ $(x_0y_0\neq 0)$，$D(x_D,0)$ $(x_D>0)$，

因为 $|FA|=|FD|$，则 $|x_D-1|=x_0+1$，

由 $x_D>0$ 得 $x_D=x_0+2$，故 $D(x_0+2,0)$.

故 直线AB的斜率$k_{AB}=-\frac{y_0}{2}$.

因为 直线l_1和直线AB平行，

设直线l_1的方程为$y=-\frac{y_0}{2}x+b$，

代入抛物线方程得 $y^2+\frac{8}{y_0}y-\frac{8b}{y_0}=0$，

由题意 $\Delta=\frac{64}{y_0^2}+\frac{32b}{y_0}=0$，得 $b=-\frac{2}{y_0}$.

设$E(x_E,y_E)$，则 $y_E=-\frac{4}{y_0}$，$x_E=\frac{4}{y_0^2}$.

当 $y_0^2\neq 4$时，$k_{AE}=\frac{y_E-y_0}{x_E-x_0}=-\frac{\frac{4}{y_0}+y_0}{\frac{4}{y_0^2}-\frac{y_0^2}{4}}=\frac{4y_0}{y_0^2-4}$，

可得 直线AE的方程为 $y-y_0=\frac{4y_0}{y_0^2-4}(x-x_0)$，

由 $y_0^2=4x_0$，

整理可得 $y=\frac{4y_0}{y_0^2-4}(x-1)$，

直线AE恒过点$F(1,0)$.

当$y_0^2=4$时，直线AE的方程为$x=1$，过点$F(1,0)$.

所以 直线AE过定点$F(1,0)$.

（ii）由（i）知 直线 AE 过焦点 $F(1,0)$，

所以 $|AE|=|AF|+|FE|=(x_0+1)+(\frac{1}{x_0}+1)=x_0+\frac{1}{x_0}+2$．

设直线 AE 的方程为 $x=my+1$，

因为 点 $A(x_0,\ y_0)$ 在直线 AE 上，

故 $m=\frac{x_0-1}{y_0}$．

设 $B(x_1,\ y_1)$．

直线 AB 的方程为 $y-y_0=-\frac{y_0}{2}(x-x_0)$，

由于 $y_0\neq 0$，

可得 $x=-\frac{2}{y_0}y+2+x_0$，

代入抛物线方程得 $y^2+\frac{8}{y_0}y-8-4x_0=0$．

所以 $y_0+y_1=-\frac{8}{y_0}$，

可求得 $y_1=-y_0-\frac{8}{y_0}$，$x_1=\frac{4}{x_0}+x_0+4$．

所以 点 B 到直线 AE 的距离为

$$d=\frac{\left|\frac{4}{x_0}+x_0+4+m(y_0+\frac{8}{y_0})-1\right|}{\sqrt{1+m^2}}$$

$$=\frac{4(x_0+1)}{\sqrt{x_0}}$$

$$=4(\sqrt{x_0}+\frac{1}{\sqrt{x_0}})．$$

则 $\triangle ABE$ 的面积 $S=\frac{1}{2}\times 4(\sqrt{x_0}+\frac{1}{\sqrt{x_0}})(x_0+\frac{1}{x_0}+2)\geq 16$，

当且仅当 $\frac{1}{x_0}=x_0$ 即 $x_0=1$ 时等号成立．

所以 $\triangle ABE$ 的面积的最小值为 16．