2013—2014 学年度下学期二调考试

高三年级数学试卷（文）

本试卷分第I卷和第Ⅱ卷两部分，共150分.考试时间120分钟.

第 I 卷（选择题 共 60 分）

一、　　选择题（每小题5分，共60分。下列每小题所给选项只有一项符合题意，请将正确答案的序号填涂在答题卡上）

1．已知 R 是实数集，$M=\{x|\frac{2}{x}<1\},N=\{y|y=\sqrt{x-1}+1\}$，则 $N\cap C_R M=$（　　）

A．$(1,2)$　　　B．$[0,2]$　　　C．$\varnothing$　　　D．$[1,2]$

2．在复平面内，复数 $\frac{-2+3i}{3-4i}$（i 是虚数单位）所对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．给定命题 p：函数 $y=\ln[(1-x)(1+x)]$ 为偶函数；命题 q：函数 $y=\frac{e^x-1}{e^x+1}$ 为偶函数，下列说法正确的是（　　）

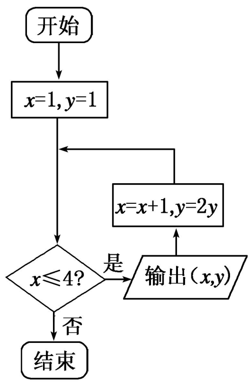
A．$p\vee q$ 是假命题　　　B．$(\neg p)\wedge q$ 是假命题

C．$p\wedge q$ 是真命题　　　D．$(\neg p)\vee q$ 是真命题

4．等差数列中，$3(a_3+a_5)+2(a_7+a_{10}+a_{13})=24$，则该数列前 13 项的和是（　　）

A．13　　B．26　　C．52　　D．156

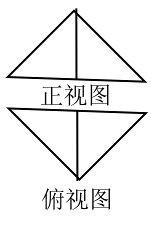
5．如图所示的程序框图输出的所有点都在函数（　　）



A．$y=x+1$ 的图像上　　　B．$y=2x$ 的图像上

C．$y=2^x$ 的图像上　　　D．$y=2^{x-1}$ 的图像上

6．把边长为 $\sqrt{2}$ 的正方形 ABCD 沿对角线 BD 折起，连结 AC，得到三棱锥 C-ABD，其正视图、俯视图均为全等的等腰直角三角形（如图所示），则其侧视图的面积为（　　）



A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．1　　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

7．已知等边 ΔABF 的顶点 F 是抛物线 $C_1:y^2=2px$ 的焦点，顶点 B 在抛物线的准线 l 上且

$AB \perp l$，则点 A 的位置（　　）

A. 在 C_1 开口内　　B. 在 C_1 上

C. 在 C_1 开口外　　D. 与 p 值有关

8. 若函数 $y=f(x)+\cos x$ 在 $[-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}]$ 上单调递减，则 $f(x)$ 可以是（　　）

A. 1　　B. $\cos x$　　C. $-\sin x$　　D. $\sin x$

9. 已知 $|\vec{a}|=2|\vec{b}|\neq 0$，且关于 x 的函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}|\vec{a}|x^2+\vec{a}\cdot\vec{b}x$ 在 R 上有极值，则向量 $\vec{a},\vec{b}$ 的夹角范围是（　　）

A. $[0,\frac{\pi}{6})$　　B. $(\frac{\pi}{6},\pi]$　　C. $(\frac{\pi}{3},\pi]$　　D. $(\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3})$

10. 设 F_1,F_2 是双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的两个焦点，P 是 C 上一点，若 $|PF_1|+|PF_2|=6a$，且 ΔPF_1F_2 的最小内角为 30°，则 C 的离心率为（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

11. 已知 $f(x),g(x)$ 都是定义在 R 上的函数，$g(x)\neq 0$，$f'(x)g(x)>f(x)g'(x)$，且 $f(x)=a^xg(x)$（$a>0$，且 $a\neq 1$），$\frac{f(1)}{g(1)}+\frac{f(-1)}{g(-1)}=\frac{5}{2}$. 若数列 $\{\frac{f(n)}{g(n)}\}$ 的前 n 项和大于 62，则 n 的最小值为（　　）

A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}x+1, & (x\leq 1).\\ \ln x, & (x>1).\end{cases}$ 则方程 f(x) = ax 恰有两个不同的实根时，实数 a 的取值范围是（注：e 为自然对数的底数）（　　）

A. $(0,\frac{1}{e})$　　B. $[\frac{1}{4},\frac{1}{e})$　　C. $(0,\frac{1}{4})$　　D. $[\frac{1}{4},e)$

第Ⅱ卷（非选择题 共 90 分）

二、　填空题（每题5分，共20分。把答案填在答题纸的横线上）

13. 在面积为 S 的矩形 ABCD 内随机取一点 P，则△PBC 的面积小于 $\frac{S}{4}$ 的概率是__________.

14. 已知点P的坐标(x,y)满足$\begin{cases} x+y\le 4 \\ y\ge x \\ x\ge 1 \end{cases}$，过点P的直线l与圆$C:x^2+y^2=14$相交于A、B两点，则AB的最小值为____________。

15. 已知三角形PAD所在平面与矩形$ABCD$所在平面互相垂直，$PA=PD=AB=2$，$\angle APD=90^{\circ}$，若点P、A、B、C、D都在同一球面上，则此球的表面积等于__________。

16. 已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=1,a_2=2$，设S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，对于任意的$n>1,n\in N$，$S_{n+1}+S_{n-1}=2(S_n+1)$都成立，则S_{10}=___________。

三、解答题（解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，写在答题纸的相应位置）

17. 已知函数$f(x)=m\sin x+\sqrt{2}\cos x$，$(m>0)$的最大值为2.

（Ⅰ）求函数$f(x)$在$[0,\pi]$上的值域；

（Ⅱ）已知ΔABC外接圆半径$R=\sqrt{3}$，$f(A-\frac{\pi}{4})+f(B-\frac{\pi}{4})=4\sqrt{6}\sin A\sin B$，角$A,B$所对的边分别是$a,b$，求$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$的值.

18. 某旅行社为调查市民喜欢“人文景观”景点是否与年龄有关，随机抽取了55名市民，得到数据如下表：

	喜欢	不喜欢	合计
大于40岁	20	5	25
20岁至40岁	10	20	30

合计	30	25	55

(Ⅰ)判断是否有99.5%的把握认为喜欢“人文景观”景点与年龄有关？

(Ⅱ)用分层抽样的方法从喜欢“人文景观”景点的市民中随机抽取6人作进一步调查，将这6位市民作为一个样本，从中任选2人，求恰有1位“大于40岁”的市民和1位“20岁至40岁”的市民的概率.

下面的临界值表供参考：

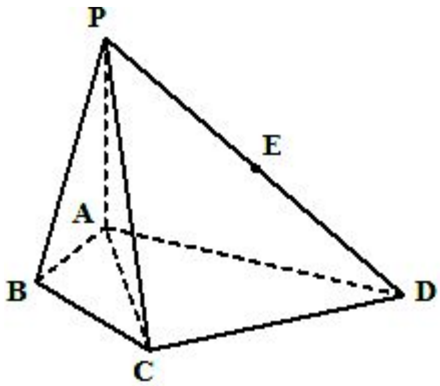
$P(K^2 \geq k)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

（参考公式：$K^2 = \dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n = a+b+c+d$）

19. 如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$\angle ABC = \angle ACD = 90°$，$\angle BAC = \angle CAD = 60°$，$PA \perp$平面$ABCD$，$E$为$PD$的中点，$PA = 2AB = 2$.

(Ⅰ) 求证：$CE \parallel$平面PAB；

(Ⅱ) 求四面体$PACE$的体积 。



20. 已知椭圆 C 的对称中心为原点 O，焦点在 x 轴上，左右焦点分别为 F_1 和 F_2，且 $|F_1F_2|$=2，点（1，$\frac{3}{2}$）在该椭圆上.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）过 F_1 的直线 l 与椭圆 C 相交于 A，B 两点，若 ΔAF_2B 的面积为 $\frac{12\sqrt{2}}{7}$，求以 F_2 为圆心且与直线 l 相切圆的方程.

21. 已知函数 $f(x)=x\ln x$，$g(x)=(-x^2+ax-3)e^x$（a 为实数）.

（Ⅰ）当 a=5 时，求函数 $y=g(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 在区间[t，t+2]（t >0）上的最小值；

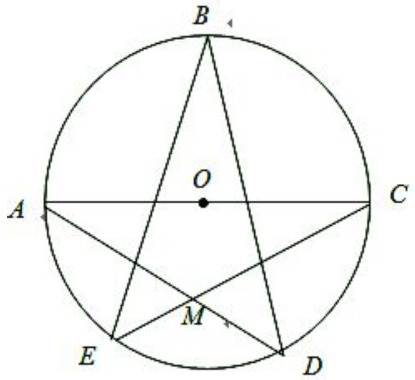
(Ⅲ) 若存在两不等实根 x_1，$x_2\in[\frac{1}{e},e]$，使方程 $g(x)=2e^xf(x)$ 成立，求实数 a 的取值范围.

请考生在22，23，24题中任选一题作答，并用2B铅笔将答题纸上所选题目对应的题号右侧方框涂黑，按所涂题目进行评分；多涂、多答，按所涂的首题进行评分；不涂，按本选考题的首题进行评分。

22.如图，已知A,B,C,D,E均在⊙O上，且AC为⊙O的直径.

（1）求$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E$的值；

（2）若⊙O的半径为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，AD与EC交于点M，且E、D为弧AC的三等分点，求MD的长.



23.　已知曲线C的极坐标方程是$\rho=4\cos\theta$.以极点为平面直角坐标系的原点,极轴为x轴的正半轴,建立平面直角坐标系,直线l的参数方程是:$\begin{cases} x=m+\frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$（$t$是参数).

(Ⅰ)将曲线C的极坐标方程化为直角坐标方程,将直线l的参数方程化为普通方程;

(Ⅱ)若直线l与曲线C相交于A、B两点,且$|AB|=\sqrt{14}$,试求实数m值.

24.　已知函数$f(x)=|2x-a|+a$.

（1）若不等式$f(x)\le 6$的解集为$\{x|-2\le x\le 3\}$，求实数a的值；

（2）在（1）的条件下，若存在实数n使$f(n)\le m-f(-n)$成立，求实数m的取值范围.

2013—2014学年度下学期二调考试

高三年级数学试卷（文）（参考答案）

1——12　DBBBD　BBCCC　AB

13. $\frac{1}{2}$　14. 4　15. 12π　16. 91

17. 解：（1）由题意，$f(x)$的最大值为$\sqrt{m^2+2}$，所以$\sqrt{m^2+2}=2$．……………………2分

而$m>0$，于是$m=\sqrt{2}$，$f(x)=2\sin(x+\frac{\pi}{4})$．………………………………4分

在$[0,\frac{\pi}{4}]$上递增．在$\left[\frac{\pi}{4}，\pi\right]$递减，

所以函数$f(x)$在$[0，\pi]$上的值域为$[-\sqrt{2},2]$；………………………………5分

（2）化简$f(A-\frac{\pi}{4})+f(B-\frac{\pi}{4})=4\sqrt{6}\sin A\sin B$得　$\sin A+\sin B=2\sqrt{6}\sin A\sin B$．……7分

由正弦定理，得$2R(a+b)=2\sqrt{6}ab$，……………………………………………9分

因为△ABC的外接圆半径为$R=\sqrt{3}$．$a+b=\sqrt{2}ab$．……………………………11分

所以 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\sqrt{2}$ ………………………………………………………………12分

18. 解：（1）由公式$K^2=\frac{55(20\times 20-10\times 5)^2}{30\times 25\times 25\times 30}\approx 11.978>7.879$

所以有99.5%的把握认为喜欢“人文景观”景点与年龄有关　……5分

（2）设所抽样本中有m个“大于40岁”市民，则$\frac{m}{20}=\frac{6}{30}$，得$m=4$人

所以样本中有4个“大于40岁”的市民，2个“20岁至40岁”的市民，分别记作

B_1,B_2,B_3,B_4,C_1,C_2，从中任选2人的基本事件有

$(B_1,B_2),(B_1,B_3),(B_1,B_4),(B_1,C_1),(B_1,C_2),(B_2,B_3),(B_2,B_4),(B_2,C_1),(B_2,C_2),$

$(B_3,B_4),(B_3,C_1),(B_3,C_2),(B_4,C_1),(B_4,C_2),(C_1,C_2)$,共15

个　……………9分

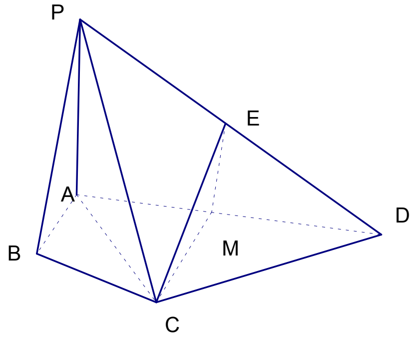
其中恰有 1 名“大于 40 岁”和 1 名“20 岁至 40 岁”之间的市民的事件有

$(B_1,C_1),(B_1,C_2),(B_2,C_1),(B_2,C_2),(B_3,C_1),(B_3,C_2),(B_4,C_2)$,共 8 个

所以恰有 1 名“大于 40 岁”和 1 名“20 岁至 40 岁”之间的市民的概率为 $P=\dfrac{8}{15}$ …………12 分

19、答案：1)法一：　取 AD 得中点 M，连接 EM,CM.则 EM//PA

因为 $EM\not\subset 平面PAB, PA\subset 平面PAB$,



所以，$EM//平面PAB$　　（2 分）

在 $Rt\triangle ACD$ 中，$\angle CAD=60°, CM=AM$

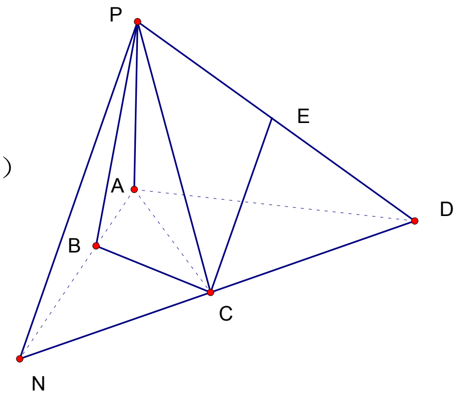
所以，$\angle ACM=60°$

而 $\angle BAC=60°$,所以,MC//AB.　　（3 分）

因为 $MC\not\subset 平面PAB, AB\subset 平面PAB$,

所以，$MC//平面PAB$　　（4 分）

又因为 $EM\cap MC=M$



所以，$平面EMC//平面PAB$

因为 $EC\subset 平面EMC$,所以，$EC//平面PAB$　（6 分）

法二：　延长 DC,AB,交于 N 点，连接 PN.

因为 $\angle NAC=\angle DAC=60°, AC\perp CD$

所以，C 为 ND 的中点.　　（3 分）

因为 E 为 PD 的中点，所以，EC//PN

因为 $EC\not\subset 平面PAB, PN\subset 平面PAB$,

所以，$EC//平面PAB$　　（6 分）

2)法一：由已知条件有;AC=2AB=2,AD=2AC=4,CD=$2\sqrt{3}$　　（7 分）

因为，$PA\perp 平面ABCD$，所以，$PA\perp CD$　　（8 分）

又因为 $CD\perp AC, AC\cap PA=A$，所以，$CD\perp 平面PAC$　（10 分）

因为 E 是 PD 的中点，所以点 E 平面 PAC 的距离 $h=\frac{1}{2}CD=\sqrt{3}$，　　$S_{\triangle PAC}=\frac{1}{2}\times 2\times 2=2$

所以，四面体 PACE 的体积 $V=\frac{1}{3}S_{\triangle PAC}\times h=\frac{1}{3}\times 2\times\sqrt{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　（12 分）

法二：由已知条件有;AC=2AB=2,AD=2AC=4,CD=$2\sqrt{3}$

因为，$PA\perp$平面$ABCD$，所以，$V_{P-ACD}=\frac{1}{3}S_{\triangle ACD}\times PA=\frac{1}{3}\times 2\times 2\sqrt{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$　　（10 分）

因为 E 是 PD 的中点，所以，四面体 PACE 的体积 $V=\frac{1}{2}V_{P-ACD}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　（12 分）

20.（1）椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$　　……………..（4 分）

（2）①当直线 $l\perp$x 轴时，可得 A（-1，$-\frac{3}{2}$），B（-1，$\frac{3}{2}$），ΔAF_2B 的面积为 3，不符合题意.　　…………（6 分）

②当直线 l 与 x 轴不垂直时，设直线 l 的方程为 y=k（x+1）. 代入椭圆方程得：

$(3+4k^2)x^2+8k^2x+4k^2-12=0$，显然 $\Delta>0$ 成立，设 A(x_1,y_1)，B(x_2,y_2)，则

$x_1+x_2=-\frac{8k^2}{3+4k^2}$，$x_1\cdot x_2=\frac{8k^2-12}{3+4k^2}$，可得|AB|=$\frac{12(k^2+1)}{3+4k^2}$　……………..（9 分）

又圆 F_2 的半径 r=$\frac{2|k|}{\sqrt{1+k^2}}$，$\therefore\Delta$A$F_2$B 的面积=$\frac{1}{2}$|AB| r=$\frac{12|k|\sqrt{k^2+1}}{3+4k^2}$=$\frac{12\sqrt{2}}{7}$，化简得: 17$k^4$+$k^2$-18=0，得 k=±1，∴r =$\sqrt{2}$，圆的方程为 $(x-1)^2+y^2=2$……………..（12 分）

21.解:(Ⅰ)当 $a=5$ 时 $g(x)=(-x^2+5x-3)\cdot e^x$，$g(1)=e$.　　………1 分

$g'(x)=(-x^2+3x+2)\cdot e^x$，故切线的斜率为 $g'(1)=4e$.　　………2 分

所以切线方程为: $y-e=4e(x-1)$，即 $y=4ex-3e$.　　………4 分

(Ⅱ) $f'(x)=\ln x+1$,

x	$(0,\frac{1}{e})$	$\frac{1}{e}$	$(\frac{1}{e},+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	单调递减	极小值(最小值)	单调递增

………6 分

①当 $t \geq \frac{1}{e}$ 时, 在区间 $(t,t+2)$ 上 $f(x)$ 为增函数,

所以 $f(x)_{\min} = f(t) = t\ln t$ ………7 分

②当 $0 < t < \frac{1}{e}$ 时, 在区间 $(t,\frac{1}{e})$ 上 $f(x)$ 为减函数, 在区间 $(\frac{1}{e},e)$ 上 $f(x)$ 为增函数,

所以 $f(x)_{\min} = f(\frac{1}{e}) = -\frac{1}{e}$ ………8 分

(III) 由 $g(x) = 2e^x f(x)$，可得：$2x\ln x = -x^2 + ax - 3$， ………9 分

$a = x + 2\ln x + \frac{3}{x}$,

令 $h(x) = x + 2\ln x + \frac{3}{x}$, $h'(x) = 1 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} = \frac{(x+3)(x-1)}{x^2}$.

x	$(\frac{1}{e},1)$	1	$(1,e)$
$h'(x)$	$-$	0	$+$
$h(x)$	单调递减	极小值(最小值)	单调递增

………10 分

$h(\frac{1}{e}) = \frac{1}{e} + 3e - 2$, $h(1) = 4$, $h(e) = \frac{3}{e} + e + 2$.

$h(e) - h(\frac{1}{e}) = 4 - 2e + \frac{2}{e} < 0$. ………11 分

$\therefore$ 实数 a 的取值范围为 $4 < a \le e + 2 + \frac{3}{e}$. ·········12 分

22. 解：（Ⅰ）连接 OA, OB, OC, OD, OE ，则

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$

$= \frac{1}{2}(\angle COD + \angle DOE + \angle EOA + \angle AOB + \angle BOC)$

$= \frac{1}{2} \times 360^\circ = 180^\circ$. 5 分

（Ⅱ）连接 OM 和 CD ，因为 AC 为⊙0 的直径，

所以 $\angle ADC = 90^\circ$ ，又 E 、 D 为 $\overset{\frown}{AC}$ 的三等分点，所以

$\angle A = \angle C = \frac{1}{2}\angle EOA = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 180^\circ = 30^\circ$. 7 分

所以 $OM \perp AC$. 因为⊙0 的半径为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，即 $OA = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，所以 $AM = \frac{OA}{\cos A} = \frac{OA}{\cos 30^\circ} = 1$.

在 $Rt\Delta ADC$ 中， $AD = AC \bullet \cos A = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$.

则 $MD = AD - AM = \frac{1}{2}$. 10 分

23. 解： (I) 曲线 C 的极坐标方程是 $\rho = 4\cos\theta$ 化为直角坐标方程为:

$x^2 + y^2 - 4x = 0$ 直线 $\boldsymbol{l}$ 的直角坐标方程为: $\boldsymbol{y = x - m}$ ········· 4 分

(Ⅱ): 把 $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}t + m \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t 是参数) 代入方程 $x^2 + y^2 - 4x = 0$，得

$t^2 + \sqrt{2}(m-2)t + m^2 - 4m = 0$, ·········6 分

$\therefore t_1 + t_2 = -\sqrt{2}(m-2), t_1 t_2 = m^2 - 4m$.

$\therefore \begin{aligned} &|AB| = |t_1 - t_2| = \sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4t_1 t_2} \\ &= \sqrt{[-\sqrt{2}(m-2)]^2 - 4(m^2 - 4m)} = \sqrt{14}. \end{aligned}$ $\therefore m = 1$ 或 $m = 3$ ·········10 分

24. 【解析】解：（Ⅰ）由 $|2x - a| + a \le 6$ 得 $|2x - a| \le 6 - a$ ， $\therefore a - 6 \le 2x - a \le 6 - a$ ，即

$a - 3 \le x \le 3$ ，

$\therefore a - 3 = -2$ ， $\therefore a = 1$ 。-------------5 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $f\left(x\right)=\left|2x-1\right|+1$，令 $\varphi\left(n\right)=f\left(n\right)+f\left(-n\right)$，

则，$\varphi\left(n\right)=\left|2n-1\right|+\left|2n+1\right|+2=\begin{cases}2-4n, & n\le -\dfrac{1}{2}\\ 4, & -\dfrac{1}{2}<n\le \dfrac{1}{2}\\ 2+4n, & \mathrm{n}>\dfrac{1}{2}\end{cases}$

$\therefore \varphi\left(n\right)$ 的最小值为 4，故实数 m 的取值范围是 $\left[4,+\infty\right)$。-----------------10 分